

Vendredi 6 octobre 2023



Première année : acoustique

Contrôle continu n°1 – 20 mn

Tout document interdit ; calculatrice autorisée

Exercice : oscillateur

On considère une masse m qui se déplace sur un axe horizontal et qui est soumise à la force $F = -Kx e_x$ de rappel d'un ressort de constante de raideur K , x étant la position de cette masse par rapport à la position d'équilibre.

1. Montrer que l'équation différentielle, donnant la position de cette masse, est :

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -Kx(t).$$

2. Mettre cette équation sous la forme

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \omega_0^2 x(t) = 0 ; \text{ en déduire l'expression de la constante } \omega_0.$$

3. Donner la solution générale de cette équation sous forme d'une combinaison linéaire d'exponentielles.
4. Montrer que la solution peut aussi se mettre sous les formes suivantes

$$x(t) = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2)$$

où A_2 et φ_2 sont des constantes. Préciser la solution correspondant aux conditions initiales $x(t=0) = 0$ et $\frac{dx}{dt}(t=0) = v_0$. Tracer la courbe $x(t)$. En déduire la période T du mouvement.